

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية

الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات

امتحان بكالوريا التعليم الثانوي — دورة: **2022**

الشعبة: آداب وفلسفة، لغات أجنبية

**اختبار في مادة: الرياضيات** — **المدة: 02 سا و30 د**

**على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:**

## الموضوع الأول

### التمرين الأول: (06 نقاط)

$(u_n)$ المتتالية الحسابية التي أساسها $r$ وحدها الأول $u_0$ حيث: $u_0 = 3$ و $u_0 + u_1 = 8$

**1)** بيّن أنّ: $r = 2$ ثم اكتب عبارة $u_n$ بدلالة $n$ واحسب $u_{1443}$

**2)** بيّن أنّ: 4047 حدّ من حدود المتتالية $(u_n)$ ثم احسب المجموع $S$ حيث: $S = u_{1443} + u_{1444} + \cdots + u_{2022}$

**3)** نضع من أجل كلّ عدد طبيعي $n$، $S_n = u_0 + u_1 + \cdots + u_n$

**أ)** بيّن أنّ : $S_n = n^2 + 4n + 3$

**ب)** عيّن العدد الطبيعي $n$ حتى يكون $S_n = 120$

### التمرين الثاني: (06 نقاط)

$a$ و $b$ عددان طبيعيان حيث : $a = 2022$ و $b = 1443$

**1)** عيّن باقي القسمة الإقليدية لكلّ من $a$ و $b$ على 5 ثم استنتج أنّ : $a + b \equiv 0[5]$

**2)** **أ)** تحقّق أنّ باقي القسمة الإقليدية للعدد $(a + a^2 + a^3)$ على 5 هو 4

**ب)** عيّن قيم العدد الطبيعي $n$ بحيث يقبل العدد $(a + a^2 + a^3 + n)$ القسمة على 5

**3)** تحقّق أنّ: $a + b + 4 \equiv -1[5]$ ثم بيّن أنّ العدد $(a + b + ab)^a + (a + b + 4)^b$ يقبل القسمة على 5

### التمرين الثالث: (08 نقاط)

$f$ الدالة العددية المعرّفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x) = -x^2 + 4x - 3$ .

$(C_f)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

**1)** أُحسب $\lim_{x \to -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \to +\infty} f(x)$

**2)** أُحسب $f'(x)$ ثم ادرس اتجاه تغيّر الدالة $f$ وشكّل جدول تغيراتها.

**3)** أُكتب معادلة لـ $(T)$ مماس المنحنى $(C_f)$ في النقطة التي فاصلتها 1

**4)** **أ)** تحقّق أنّه من أجل كلّ عدد حقيقي $x$، $f(x) = (1-x)(x-3)$

**ب)** استنتج إحداثيي نقطتي تقاطع المنحنى $(C_f)$ مع حامل محور الفواصل.

**5)** حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $f(x) = -3$ ثم استنتج فاصلتي النقطتين من $(C_f)$ اللتين ترتيبتهما $-3$ .

**6)** أنشئ المماس $(T)$ ثم المنحنى $(C_f)$ .

**انتهى الموضوع الأول**

## الموضوع الثاني

### التمرين الأول: (06 نقاط)

$a$ و $b$ عددان طبيعيان حيث باقي القسمة الإقليدية للعدد $a$ على 9 هو 8 و $a+b\equiv 3[9]$

**1)** بيّن أنّ باقي القسمة الإقليدية للعدد $b$ على 9 هو 4

**2)** تحقّق أنّ العددين $b$ و 103 متوافقان بترديد 9

**3)** **أ)** بيّن أنّ : $a\equiv -1[9]$ و $103^3\equiv 1[9]$

**ب)** تحقّق أنّ: $a^{2022}+(16\times b)^{1443}\equiv 2[9]$

**4)** عيّن قيم العدد الطبيعي $n$ حتى يكون $a^{2022}+103^3+n\equiv 0[9]$

### التمرين الثاني: (06 نقاط)

$(u_n)$ المتتالية الهندسية التي أساسها $q$ موجب تماما وحدها الأول $u_0$ حيث: $u_0=3$ و $u_0+u_1+u_2=21$

**1)** بيّن أنّ $q^2+q-6=0$ ثم استنتج أنّ $q=2$

**2)** أُحسب $u_1$ و $u_2$

**3)** **أ)** أكتب عبارة الحد العام $u_n$ بدلالة $n$

**ب)** هل العدد 96 حد من حدود المتتالية $(u_n)$ ؟

**4)** **أ)** أُحسب بدلالة $n$ المجموع $S_n$ حيث : $S_n=u_0+u_1+\cdots+u_n$

**ب)** عيّن العدد الطبيعي $n$ حتى يكون $S_n=93$ (لاحظ أنّ : $2^5=32$)

### التمرين الثالث: (08 نقاط)

$f$ الدالة العددية المعرّفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x)=(x-2)^2(2x+1)$ ،

$(C_f)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

**1)** تحقّق أنّه من أجل كلّ عدد حقيقي $x$، $f(x)=2x^3-7x^2+4x+4$

**2)** أُحسب $\lim_{x\to -\infty} f(x)$ و $\lim_{x\to +\infty} f(x)$

**3)** بيّن أنّه من أجل كلّ عدد حقيقي $x$، $f'(x)=2(x-2)(3x-1)$

**4)** **أ)** أُدرس إشارة $f'(x)$ على $\mathbb{R}$

**ب)** إستنتج اتجاه تغيّر الدالة $f$ على $\mathbb{R}$ ثم شكّل جدول تغيراتها.

**5)** أُكتب معادلة لـ $(T)$ مماس المنحنى $(C_f)$ في النقطة التي فاصلتها 0

**6)** **أ)** تحقّق أنّ المنحنى $(C_f)$ يشمل النقطتين $A(2\,;\,0)$ و $B\left(\frac{-1}{2};\,0\right)$

**ب)** أنشئ المماس $(T)$ ثم المنحنى $(C_f)$

انتهى الموضوع الثاني

| عناصر الإجابة (الموضوع الأول) | | العلامة مجزأة | العلامة مجموع |
|---|---|---|---|
| **التمرين الأول: ( 06 نقاط)** | | | |
| 1) | لدينا : $u_0+u_1=8$ معناه $2u_0+r=8$ ومنه $r=2$ | 0.50+0.50 | 2.50 |
| | $u_n=u_0+nr$ ومنه $u_n=2n+3$ | 0.50+0.50 | |
| | $u_{1443}=2(1443)+3=2889$ | 0.5 | |
| 2) | $u_n=4047$ ومنه $2n+3=4047$ ومنه $n=2022$ | 0.50+0.50 | 02 |
| | $S=\frac{2022-1443+1}{2}(u_{1443}+u_{2022})$ ومنه $S=290(2889+4047)=2011440$ | 0.50+0.50 | |
| 3) | أ- $S_n=\frac{n+1}{2}(u_0+u_n)=n^2+4n+3$ | 0.50+0.50 | 01.5 |
| | ب- $S_n=120$ ومنه $n^2+4n+3=120$ ومنه $n=9$ | 0.25+0.25 | |
| **التمرين الثاني: ( 06 نقاط )** | | | |
| 1) | $2022=5\times 404+2$ ومنه $a\equiv 2[5]$<br>$1443=5\times 288+3$ ومنه $b\equiv 3[5]$ | 0.50+0.50 | 02 |
| | استنتاج : $a+b\equiv 2+3[5]$ ومنه $a+b\equiv 0[5]$ | 0.50+0.50 | |
| 2) | أ- التحقّق $a+a^2+a^3\equiv 2+4+8[5]$ ومنه $a+a^2+a^3\equiv 4[5]$ | 0.50+0.50 | 02 |
| | ب- قيم $n$ $a+a^2+a^3+n\equiv 0[5]$ معناه $n+4\equiv 0[5]$<br>ومنه $n=5k+1$ | 0.50+0.50 | |
| 3) | – التحقق : $a+b+4\equiv 0+4[5]$ ومنه $a+b+4\equiv -1[5]$ | 01 | 02 |
| | -تبيان $(a+b+ab)^a+(a+b+4)^b\equiv 1^{2022}+(-1)^{1443}[5]$<br>ومنه $(a+b+ab)^a+(a+b+4)^b\equiv 0[5]$ | 0.50+0.50 | |
| **التمرين الثالث: ( 08 نقاط )** | | | |
| 1) | $\lim_{x\to -\infty} f(x)=-\infty$ و $\lim_{x\to +\infty} f(x)=-\infty$ | 0.50+0.50 | 01 |
| 2) | - حساب $f'(x)=-2x+4$ | 01 | 02.5 |
| | - اشارة $f'(x)$<br>- $f$ متزايدة تماما على $]-\infty;2]$ ومتناقصة تماما على $[2;+\infty[$ | 0.50<br>0.25+0.25 | |
| | - جدول تغيرات $f$<br><br>$x$: $-\infty$ … 2 … $+\infty$<br>$f'(x)$: + 0 −<br>$f(x)$: $-\infty$ ↗ 1 ↘ $-\infty$ | 0.5 | |

| | | | |
|---|---|---|---|
| **3)** | معادلة المماس $(T): y = 2x - 2$ | 0.50+0.50 | 01 |
| **4)** | أ- $(1-x)(x-3) = -x^2 + 4x - 3 = f(x)$ | 0.5 | 01 |
| | **ب-** استنتاج إحداثيي نقطتي<br>$f(x) = 0$ معناه $x = 1 \ ; \ x = 3$<br>ومنه $(C_f) \cap (xx') = \{A(1;0), B(3;0)\}$ | 0.25<br>0.25 | |
| **5)** | - حل المعادلة $f(x) = -3$ معناه $x(4-x) = 0$ ومنه $x = 4$ أو $x = 0$<br>– فاصلتا النقطتين من $(C_f)$ اللتين ترتيبهما $-3$ هما 4 ، 0 | 0.5<br>0.5 | 01 |
| **6)** | إنشاء المماس $(T)$ و المنحنى $(C_f)$ . | 01+0.50 | 01.5 |

| عناصر الإجابة (الموضوع الثاني) | | العلامة مجزأة | مجموع |
|---|---|---|---|
| | **التمرين الأول:( 06 نقاط )** | | |
| 1) | $b+8\equiv 3[9]$ و $a\equiv 8[9]$ ومنه $b\equiv 4[9]$ | 0.50+0.50 | 01 |
| 2) | التحقّق أنّ العددين $b$ و $103$ متوافقان بترديد 9<br>$103\equiv 4[9]$ و $b\equiv 4[9]$ ومنه $103\equiv b[9]$ | 0.50+0.50 | 01 |
| 3) | أ) تبيان أنّ : $a\equiv -1[9]$ و $103^3\equiv 1[9]$<br>$a\equiv 8[9]$ ومنه $a-9\equiv 8-9[9]$ أي $a\equiv -1[9]$<br>$103\equiv 4[9]$ ومنه $103^3\equiv 4^3[9]$ أي $103^3\equiv 1[9]$ | 01<br>0.50+0.50 | 03 |
| | ب) التحقّق أنّ: $a^{2022}+(16\times b)^{1443}\equiv 2[9]$<br>$a^{2022}+(16\times b)^{1443}\equiv (-1)^{2022}+1^{1443}[9]$<br>$a^{2022}+(16\times b)^{1443}\equiv 2[9]$ | 0.50+0.25<br>0.25 | |
| 4) | قيم $n$ حتى يكون $a^{2022}+103^3+n\equiv 0[9]$ هي $n=9k+7$ | 0.50+0.50 | 01 |
| | **التمرين الثاني ( 06 نقاط )** | | |
| 1) | – تبيان أنّ $q^2+q-6=0$<br>$u_0+u_1+u_2=21$ تكافئ $3+3q+3q^2=21$ تكافئ $1+q+q^2=7$<br>$1+q+q^2=7$ تكافئ $q^2+q-6=0$ تكافئ $q=2$ | 0.25x2<br>0.25x2<br>0.50+0.50 | 02 |
| 2) | حساب $u_1$ و $u_2$<br>$u_1=3\times 2=6$ و $u_1=6\times 2=12$ | 0.5+0.5 | 01 |
| 3) | أ- عبارة الحد العام : $u_n=3\times 2^n$ | 0.50+0.50 | 01.5 |
| | ب- $u_n=96$ معناه $3\times 2^n=96$ أي $n=5$ | 0.50 | |
| 4) | أ- $S_n=3(2^{n+1}-1)$ | 0.75+0.25 | 01.5 |
| | ب- $S_n=93$ معناه $3(2^{n+1}-1)=93$ أي $n=4$ | 0.50 | |
| | **التمرين الثالث ( 08 نقاط )** | | |
| 1) | التحقّق أن : $(x-2)^2(2x+1)=2x^3-7x^2+4x+4$ | 0.50 | 0.5 |
| 2) | حساب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-\infty$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$ | 0.5+0.5 | 01 |
| 3) | تبيان أنّ: $f'(x)=6x^2-14x+4=2(x-2)(3x-1)$ | 0.5+0.5 | 01 |
| 4) | أ- إشارة $f'(x)$<br>$x$: $-\infty$ ، $\frac{1}{3}$ ، $2$ ، $+\infty$<br>$f'(x)$: + 0 — 0 + | 01 | 02 |
| | ب- $f$ متناقصة تماما على $\left[\frac{1}{3};2\right]$ ومتزايدة تماما على كل من | 0.25+0.25 | |

<table>
<tr><td></td><td></td><td>$\left]-\infty;\frac{1}{3}\right]$ و $[2;+\infty[$</td><td></td></tr>
<tr><td></td><td>0.5</td><td>– جدول تغيرات $f$
<table>
<tr><td>$x$</td><td>$-\infty$   $\frac{1}{3}$   $2$   $+\infty$</td></tr>
<tr><td>$f'(x)$</td><td>+   0   –   0   +</td></tr>
<tr><td>$f(x)$</td><td>$-\infty$ ↗ $f\left(\frac{1}{3}\right)$ ↘ $f(2)$ ↗ $+\infty$</td></tr>
</table>
</td><td></td></tr>
<tr><td>01</td><td>0.75+0.25</td><td>معادلة المماس $(T): y=4x+4$</td><td>5)</td></tr>
<tr><td rowspan="2">02.5</td><td>0.5+0.5</td><td>أ– التحقّق أنّ $\left(C_f\right)$ يشمل $A(2\,;0)$ و $B\left(\frac{-1}{2}\,;0\right)$<br>$f\left(-\frac{1}{2}\right)=0$ , $f(2)=0$</td><td rowspan="2">6)</td></tr>
<tr><td>01+0.5</td><td>ب–إنشاء $(T)$ و $\left(C_f\right)$</td></tr>
</table>